

© International Baccalaureate Organization 2023

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2023

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2023

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas: Análisis y Enfoques

Nivel Medio

Prueba 2

31 de octubre de 2023

Zona A tarde | Zona B tarde | Zona C tarde

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Análisis y Enfoques** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[80 puntos]**.

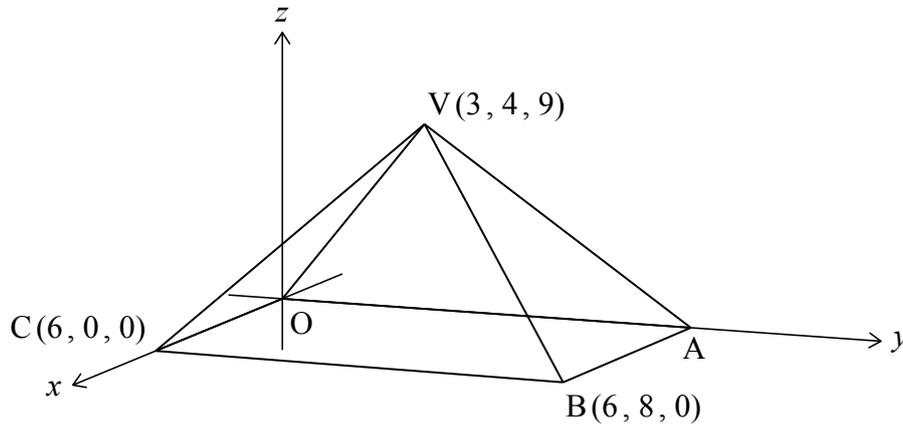


2. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra una pirámide de vértice V y base rectangular $OABC$.

El punto B tiene por coordenadas $(6, 8, 0)$, el punto C tiene por coordenadas $(6, 0, 0)$ y el punto V tiene por coordenadas $(3, 4, 9)$.

la figura no está dibujada a escala



(a) Halle BV .

[2]

(b) Halle el tamaño de $B\hat{V}C$.

[4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

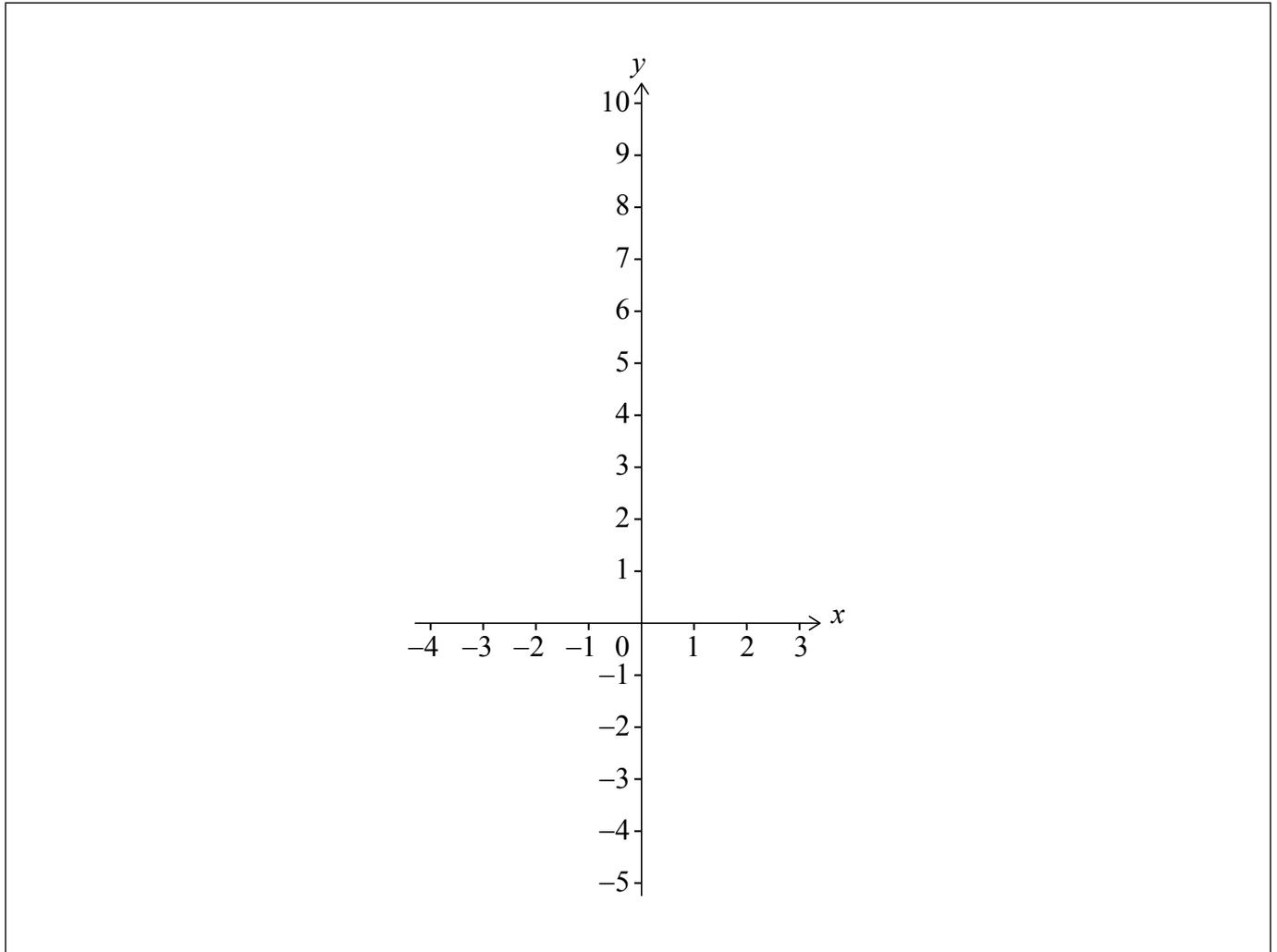


3. [Puntuación máxima: 5]

Considere la función $f(x) = e^x - 3x - 4$.

(a) En los siguientes ejes de coordenadas, dibuje aproximadamente el gráfico de f para $-4 \leq x \leq 3$.

[3]



La función g viene dada por $g(x) = e^{2x} - 6x - 7$.

(b) El gráfico de g se obtiene a partir del gráfico de f , mediante un estiramiento horizontal de razón k seguido de una traslación vertical de c unidades.

Halle el valor de k y el valor de c .

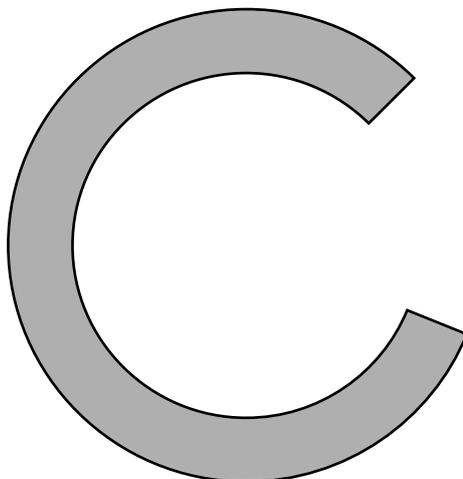
[2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



4. [Puntuación máxima: 7]

Una empresa está diseñando un nuevo logotipo con forma de la letra "C".



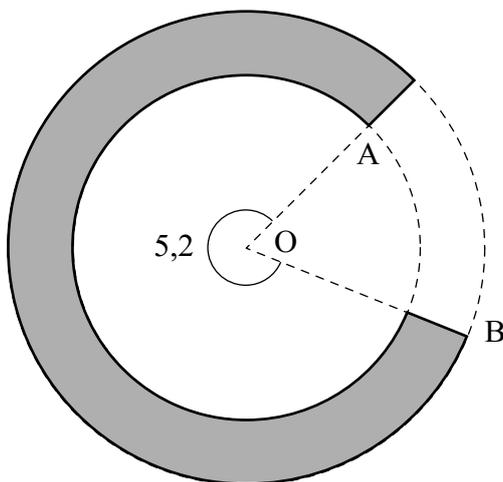
La letra "C" está formada por dos círculos con centro en O .

El punto A pertenece a la circunferencia del círculo interior, de radio r cm, donde $r < 10$.

El punto B pertenece a la circunferencia del círculo exterior, de radio 10 cm.

El ángulo cóncavo \widehat{AOB} mide 5,2 radianes. La letra "C" se representa en la siguiente figura; es la zona sombreada.

la figura no está dibujada a escala



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



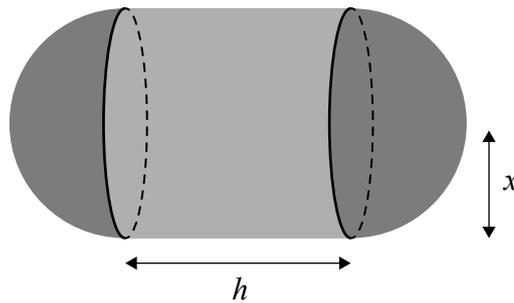
No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

7. [Puntuación máxima: 14]

El sólido que se muestra en la siguiente figura está compuesto por un cilindro y dos semiesferas. El cilindro mide h cm de altura y x cm de radio. Las semiesferas encajan exactamente en cada uno de los dos extremos del cilindro.



El volumen del cilindro es igual a 45 cm^3 .

(a) Muestre que el área total de la superficie del sólido ($S \text{ cm}^2$) viene dada por $S = \frac{90}{x} + 4\pi x^2$. [3]

El valor del área total de la superficie del sólido alcanza un máximo local o un mínimo local cuando $x = a$.

(b) (i) Halle una expresión para $\frac{dS}{dx}$.
 (ii) A partir de lo anterior, halle el valor **exacto** de a . [5]

(c) (i) Halle una expresión para $\frac{d^2S}{dx^2}$.
 (ii) Utilice la derivada segunda de S para justificar que S alcanza un mínimo cuando $x = a$.
 (iii) Halle el área mínima de la superficie del sólido. [6]



No escriba soluciones en esta página.

8. [Puntuación máxima: 15]

En los apartados (a)(ii), (c)(i) y (d), dé las respuestas redondeando a dos cifras decimales.

Daniela y Sorin han recibido ambos algo de dinero recientemente: Daniela ganó un premio en metálico y Sorin recibió una herencia.

Daniela puede elegir entre dos opciones para recibir sus ganancias. En ambas opciones recibe un pago el primer día de cada mes durante tres años.

Opción A Todos los pagos son de \$5500.

Opción B El primer pago es de \$2000. A partir de ahí, cada mes el pago es un 6% mayor que el del mes anterior.

(a) Halle la cantidad total que recibiría Daniela si escoge

(i) La Opción A;

(ii) La Opción B.

[5]

Sorin ha recibido una herencia de \$120 000, e invierte dicha herencia en una cuenta bancaria que paga un tipo de interés nominal anual del 4% al año, compuesto mensualmente. El interés obtenido se añade a la cuenta el último día de cada mes.

(b) Escriba una expresión que permita calcular el valor de la inversión de Sorin al cabo de n años.

[1]

Daniela escogió la Opción B y recibió su primer pago el 1 de enero de 2023. Sorin invirtió su herencia ese mismo día.

(c) (i) Halle el valor **total** de las ganancias de Daniela y de la inversión de Sorin cuando sea el último día del sexto mes.

(ii) Halle el número mínimo de meses completos que tienen que transcurrir para que el valor total de las ganancias de Daniela y de la inversión de Sorin sea al menos \$250 000.

[6]

Cuando finalizan esos tres años, Daniela invierte \$40 000 durante seis años más en una segunda cuenta que paga un tipo de interés nominal del $r\%$ al año, compuesto trimestralmente.

(d) Halle el valor de r , sabiendo que esta inversión ha crecido hasta los \$53 000 al cabo de esos seis años.

[3]



No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 16]

Un agricultor está cultivando un campo de trigo. La altura (H cm), de cada planta de trigo se puede modelizar mediante una distribución normal de media μ y desviación típica σ .

Se sabe que $P(H < 94,6) = 0,288$ y $P(H > 98,1) = 0,434$.

(a) Halle la probabilidad de que la altura de una planta elegida al azar esté comprendida entre 94,6 cm y 98,1 cm. [2]

(b) Halle el valor de μ y el valor de σ . [5]

El agricultor mide la altura de 100 plantas elegidas al azar. Todas las plantas que tengan una altura superior a 98,1 cm se considera que están listas para la cosecha. Las alturas de las plantas son independientes una de otra.

(c) (i) Halle la probabilidad de que haya exactamente 34 plantas que estén listas para la cosecha.
(ii) Sabiendo que hay menos de 49 plantas que estén listas para la cosecha, halle la probabilidad de que haya exactamente 34 plantas que estén listas para la cosecha. [6]

En otro terreno, el agricultor está cultivando la misma variedad de trigo pero está utilizando un fertilizante distinto. Las alturas de estas plantas (F cm) siguen una distribución normal de media 98,6 y desviación típica igual a d . El agricultor averigua que el rango intercuartil es igual a 4,82 cm.

(d) Halle el valor de d . [3]

